

Тема урока: « Косинус и синус суммы и разности двух углов».

Цель: создать условия для формирования у обучающихся представлений о формулах синуса и косинуса суммы и разности аргументов, развивать умения применять эти формулы при решении упражнений.

Задачи урока:

- формировать умения в применении нового и ранее изученного материала, при выполнении различных преобразований тригонометрических выражений;
- создать условия для мотивации обучающихся в изучении формул синуса и косинуса суммы и разности аргументов;
- развивать математически грамотную речь, логическое мышление, сознательное восприятие учебного материала.
- способствовать развитию творческой активности, потребности к самообразованию.

Планируемые результаты:

Предметные: выполнять преобразования тригонометрических выражений, содержащих формулы синуса и косинуса суммы и разности аргументов, (получит возможность применять тождественные преобразования выражений для решения задач из ЕГЭ).

Формирование УУД:

Познавательные: действия постановки и решения проблем; развитие логического мышления; развитие умения формулировать цель и задачи урока; формирование навыков поиска нужной информации в различных источниках; развитие грамотности, познавательной активности.

Личностные: формирование навыков самоорганизации, самоконтроля; умение применять знания на практике; действие смыслообразования; развитие внимания, зрительной и слуховой памяти, возможность самостоятельно осуществлять деятельность обучения; умение подвести итог своей работе, сделать выводы.

Регулятивные: контроль и оценка процесса результатов деятельности; выработка внутренней готовности к учебной деятельности; рефлексия способов и условий действий; управление собственной деятельностью; планирование своей деятельности для решения поставленной задачи.

Коммуникативные: формирование умения общения со сверстниками, уважительного отношения к одноклассникам и учителю; умение сдерживать эмоции; формирование работать в паре со сверстниками; умение аргументировать своё мнение, уступать; умение слушать собеседника.

Оборудование: компьютер, проектор, экран, доска, мел.

План урока

№	Этап урока	Задача этапа	Время
1	Организационный момент	Подготовить учащихся к работе на уроке	2 мин.
2	Актуализация знаний	Проверить знание обучающихся, выявив причины обнаруженных пробелов	7 мин.
3	Постановка целей и задач урока	Организовать и направить на достижение цели познавательную деятельность обучающихся, постановка задач учебной деятельности, проектирование возможных путей и средств достижения поставленной цели	3 мин
4	Усвоения новых знаний	Дать обучающимся представление об изучаемых формулах, добиться восприятия, осознания, первичного обобщения новых знаний, усвоения обучающимися способов получения знаний, оперирования ими	5 мин
5	Первичное закрепление. Отработка применения формул	Закрепить знания и умения, необходимые для самостоятельной работы по новому материалу.	10 мин
6	Самостоятельная работа	Проверить знания по данной теме, устранить обнаруженные проблемы	8 мин
7	Итоги	Сделать вывод о работе учащихся на уроке	2 мин

8	Домашнее задание	Сообщить обучающимся о домашнем задании, разъяснить.	1 мин
9	Рефлексия	Формировать у обучающихся умения анализировать результат своей деятельности.	2 мин

ХОД УРОКА

1. Орг. момент. Учащиеся сидят за партами по одному (проверка готовности к уроку, организация внимания).

Эпиграфом к нашему уроку я взяла высказывание Конфуция

Эпиграф:

Три пути ведут к знанию:
 путь размышления – это путь самый благородный,
 путь подражания – это путь самый легкий и
 путь опыта – это путь самый горький.

Как вы думаете, есть ли связь этих слов с нашим уроком. Учащиеся высказывают своё мнение.

Верно, на уроке мы будем размышлять, подражать, т.е. делать по образцу и набираться опыта.

Урок мы начнём с выполнения небольшой работы, которая нацелена на повторение формул приведения и знание значений тригонометрических функций, проверку усвоения предыдущего материала.

2. Актуализация знаний

Разминка – 7 мин. (+ работа у доски)

Критерии:

9-11 - «5»

7-8- «4»

5-6 – «3»

Менее 5 – «2»

1). Упростить:

а) $\cos(3\pi/2 + \alpha) =$;

б) $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) =$;

в) $\sin(\pi - \alpha) =$;

г) $\sin(\pi/2 + \alpha) =$;

д) $\operatorname{ctg}(\pi/2 + \alpha) =$;

2). Вычислите:

а) $\cos 30^\circ =$

б) $-2 \operatorname{tg}^2 45^\circ =$

в) $25 \sin 180^\circ =$

г) $2 \sin(-30^\circ) =$

д) $\sin 75^\circ =$

е) $\cos 105^\circ =$.

а) Решите уравнение $6 \cos^2 x - 7 \cos x - 5 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

Решение.

а) Сделаем замену $\cos x = y$, получим квадратное уравнение $6y^2 - 7y - 5 = 0$, корнями которого являются

числа $y = -\frac{1}{2}$ и $y = \frac{5}{3}$. Уравнение $\cos x = \frac{5}{3}$ не имеет решений, а из

уравнения $\cos x = -\frac{1}{2}$ находим

корни $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ или $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) Найдем корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

Соответствующие найденным значениям параметров

корни: $-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$.

Ответ: а) $\left\{ \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$.

Закончили работу. Самопроверка по слайдам

Проверяем

Оценка:

9-11 - «5»

7-8- «4»

5-6 – «3»

Менее 5 – «2»

3. Постановка целей и задач урока

Почему мы не можем вычислить задания д, е?

Через какие известные нам значения мы могли бы выразить 75, 105 градусов?

Чтобы вычислить $\sin 75^\circ$, надо применить формулу синус суммы, а $\cos 105^\circ$ формулу косинус суммы.

Тема нашего урока «Косинус и синус суммы и разности двух углов». Запишите в тетради.

Какие цели вы бы поставили себе на урок при изучении этой темы?

1. Изучить формулы синус и косинус суммы и разности аргументов.
2. формировать навыки применения этих формул.

Изучаем тригонометрические формулы в школе не для того чтобы вы всю оставшуюся жизнь вычисляли синусы, косинусы и тангенсы, а для того чтобы ваш мозг приобрел способность работать.

“Дороги не те знания, которые отлагаются в мозгу, как жир; дороги те, которые превращаются в умственные мышцы” писал английский философ и социолог Г. Спесер.

В жизни: **Широко используется тригонометрия в строительстве, а особенно в архитектуре.**

Тригонометрия играет важную роль в медицине. С ее помощью иранские ученые открыли формулу сердца. Движение рыб в воде происходит по закону синуса или косинуса, если зафиксировать точку на хвосте, а потом рассмотреть траекторию движения. При плавании тело рыбы принимает форму кривой, которая напоминает график функции $y=\text{tg}x$.

4. Усвоения новых знаний

Как мы можем получить эти знания? (учебник, интернет, учитель и т.п.)

На слайд. $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

Как можно получить

a) $\sin(x - y) =$

a) Заменив y на $-y$ получим: $\sin(x - y) = \sin(x + (-y))$

$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

б) Формула косинуса суммы аргументов может быть выведена из полученной:

$\cos(x + y) = \sin(90^\circ - (x + y))$

$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

в) $\cos(x - y) = \cos(x + (-y))$

$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

Доказательства этих теорем есть в учебнике. Вы можете с ними ознакомиться дома.

Лайф хак:

Все тригонометрические функции наделены определённым характером, манерой поведения, стилем общения с другими. **Косинус** — функция *категоричная, непререкаемая, строгая*. В своих формулах он всегда **разделяет: косинусы — отдельно, синусы — отдельно, да ещё и меняет знак**. Это похоже на разделение девочек и мальчиков по разным школам, как это было в дореволюционной России.

Синус же — функция *покладистая, демократичная*. Она всегда **соединяет синус с косинусом и сохраняет знак**. Так в современных школах мальчики учатся вместе с девочками.

Показать формулы суммы и разности аргументов Слайд №9.

5. Отработка применения формул.

1. Вычислите (один ученик у доски, другие в тетрадях):

а) $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

б) $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ -$

$$\cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

в) $\cos 105^\circ = \cos(60^\circ + 45^\circ) = \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ -$

$$\sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

№ 19.11 (в, г)

в) $\cos \pi/12 \cdot \cos \pi/4 - \sin \pi/12 \cdot \sin \pi/4 =$

$$\cos(\pi/12 + \pi/4) = \cos \pi/3 = 1/2$$

г) $\sin \pi/12 \cdot \cos \pi/4 - \cos \pi/12 \cdot \sin \pi/4 =$

$$\sin(\pi/12 - \pi/4) = \sin(-\pi/6) = -1/2$$

№ 19.17 (в, г)

В парах для сильных детей

(ЕГЭ демовариант 2020)

Решите уравнение

а) $2 \sin(x + \pi/3) + \cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{3} \cos x + 1$

б) укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -3\pi/2]$

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1 - 2 \sin^2 x = \sqrt{3} \cos x + 1; \sin x - 2 \sin^2 x = 0; \sin x \cdot (2 \sin x - 1) = 0.$$

Значит, $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём

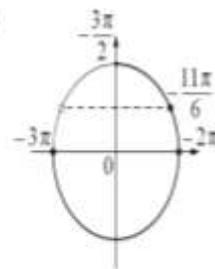
корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.

Получим числа: $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}$.



а) Решите уравнение $2 \sin(x + \pi/6) - 2\sqrt{3} \cos^2 x = \cos x - \sqrt{3}$

б) Укажите корни этого уравнения принадлежащие отрезку $[-5\pi/2; -\pi]$

6. Самостоятельная работа

Критерии

1. Упростите выражение

$$\cos 33^\circ \cdot \cos 17^\circ + \sin 33^\circ \cdot \sin 17^\circ = \cos 16^\circ$$

2. Упростите данное выражение при помощи формул преобразований тригонометрических выражений и найдите его значение:

$$\sin 34^\circ \cdot \cos 56^\circ + \cos 34^\circ \cdot \sin 56^\circ = \sin 90^\circ = 1$$

3. Определите тригонометрические формулы синуса и косинуса суммы и разности аргументов

а) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$

б) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha + \cos \beta$

в) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$

г) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \sin \beta + \sin \alpha \cdot \cos \beta$

д) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$

е) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta$

4. Вычислите:

$$\cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 15^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$$

5. Вычислите:

$$\sin \frac{5\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{5\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Проверяем:

1. $\cos 33^\circ \cdot \cos 17^\circ + \sin 33^\circ \cdot \sin 17^\circ = \cos 16^\circ$

2. $\sin 34^\circ \cdot \cos 56^\circ + \cos 34^\circ \cdot \sin 56^\circ = \sin 90^\circ = 1$

3. в, д

4. $\cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 15^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$

5.

$$\sin \frac{5\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8} - \cos \frac{5\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{8} = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Оцениваем:

5 баллов- «5»

4 баллов- «4»

3 баллов- «3»

менее 3 баллов- «2»

7.Итоги. Выставление оценок

$$\sin(1234567890^\circ) = 1$$

8.Домашнее задание.

§19 № 19.1 (а), №19.2 ,

№ 19.3 или

Вычислите $\sin 165^\circ$.

Зная, что $\cos t = \frac{8}{17}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$, вычислите $\cos \left(\frac{3\pi}{4} + t \right)$.

Или

2. а) Решите уравнение $2\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 2 \cos^2 x = \sqrt{6} \cos x + 2$.

б) Найдите его решения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; \frac{-3\pi}{2} \right]$.

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{2} - \frac{x}{2} - \frac{x}{2} = 0$$
$$x \geq \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2}$$

9. Рефлексия учебной деятельности.

- «На уроке я работал активно / пассивно»
- «Своей работой на уроке я доволен / не доволен»
- «Урок мне показался коротким / длинным»
- «Я не достиг хорошего результата потому, что ...»
- «Материал урока мне был понятен / не понятен»
- «Моё настроение стало лучше / хуже».
- Оцените свою работу

Сдают тетради.

Ребята послушайте, пожалуйста, притчу:

Шел мудрец, а навстречу ему три человека, везли под горячим солнцем тележки с камнями для строительства Храма. Мудрец остановился и задал каждому по вопросу.

У первого спросил: - Что ты делал целый день?

И тот с ухмылкой ответил, что целый день возил проклятые камни.

У второго спросил: ” А ты что делал целый день? ”

- И тот ответил: ” Я добросовестно выполнял свою работу“ .

А третий улыбнулся его, лицо засветилось радостью и удовольствием, и ответил “ А я принимал участие в строительстве Храма“ .

-Ребята! Кто работал, так как первый человек? (поднимаем руки)

-Кто работал добросовестно? (руки)

-А кто принимал участие в строительстве Храма знаний? (руки)

На следующем уроке вы продолжите отработку применения этих формул.

Однажды Сократ, окруженный учениками, поднимался к храму. Навстречу им спускалась известная афинская гетера. " Вот ты гордишься своими учениками, Сократ, - улыбнулась она ему, - но стоит мне только легонько поманить их, как они покинут тебя и пойдут вслед за мной". Мудрец же ответил так: " Да, но ты зовёшь их вниз, в теплую весёлую долину, а я веду их вверх, к неприступным, чистым вершинам".

Вот и мы с вами сегодня поднялись на одну ступеньку вверх, научившись применять формулы тригонометрии.

Урок закончен. Спасибо!